

# FORMULAIRE DE RÉVISION

**Tables de multiplication, règles de calcul :**  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$ ,  $\frac{a}{b} \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$  et  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \frac{d}{c}$ .

**Règles de priorité dans les calculs :**

1. Les calculs entre parenthèses sont prioritaires.
2. Les exposants sont prioritaires sur les multiplications, divisions, additions et soustractions.
3. Les multiplications et divisions sont prioritaires sur les additions et soustractions.

**Tableau des fonctions usuelles :**

Fonction	Ensemble de définition	Dérivée	Quelques propriétés
exp	$\mathbb{R}$	exp	continue, strictement croissante sur $\mathbb{R}$
ln	$]0, +\infty[$	$x \mapsto \frac{1}{x}$	continue, strictement croissante sur $]0, +\infty[$ .
$x \mapsto x^n$ ( $n \in \mathbb{N}$ )	$\mathbb{R}$	$x \mapsto nx^{n-1}$	continue, strictement croissante sur $[0, +\infty[$ . $(a^n)^p = a^{np}$ et $a^n a^p = a^{n+p}$ .
$x \mapsto \frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	$x \mapsto -\frac{1}{x^2}$	continue, strictement décroissante sur $]0, +\infty[$ .
$\sqrt{\cdot}$	$[0, +\infty[$	$x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$ (pas dérivable en 0)	continue, strictement croissante sur $[0, +\infty[$
cos	$\mathbb{R}$	$-\sin$	continue, $2\pi$ périodique, paire
sin	$\mathbb{R}$	cos	continue, $2\pi$ périodique, impaire

Formules de dérivation :  $(u + v)' = u' + v'$ ,  $(uv)' = u'v + uv'$ ,  $(ku)' = ku'$  ( $k \in \mathbb{R}$ ),  
 $(v \circ u)' = (v' \circ u) \times u'$

**Identités remarquables :**  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ,  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ .

**Géométrie dans l'espace :** Coordonnées de  $\overrightarrow{AB}$  :  $(x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A)$

Coordonnées du milieu de  $[AB]$  :  $\left(\frac{x_B + x_A}{2}, \frac{y_B + y_A}{2}, \frac{z_B + z_A}{2}\right)$

Norme de  $\vec{u} = (x, y, z)$  :  $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .

Produit scalaire de  $\vec{u} = (x, y, z)$  et  $\vec{v} = (x', y', z')$  :  $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$ .

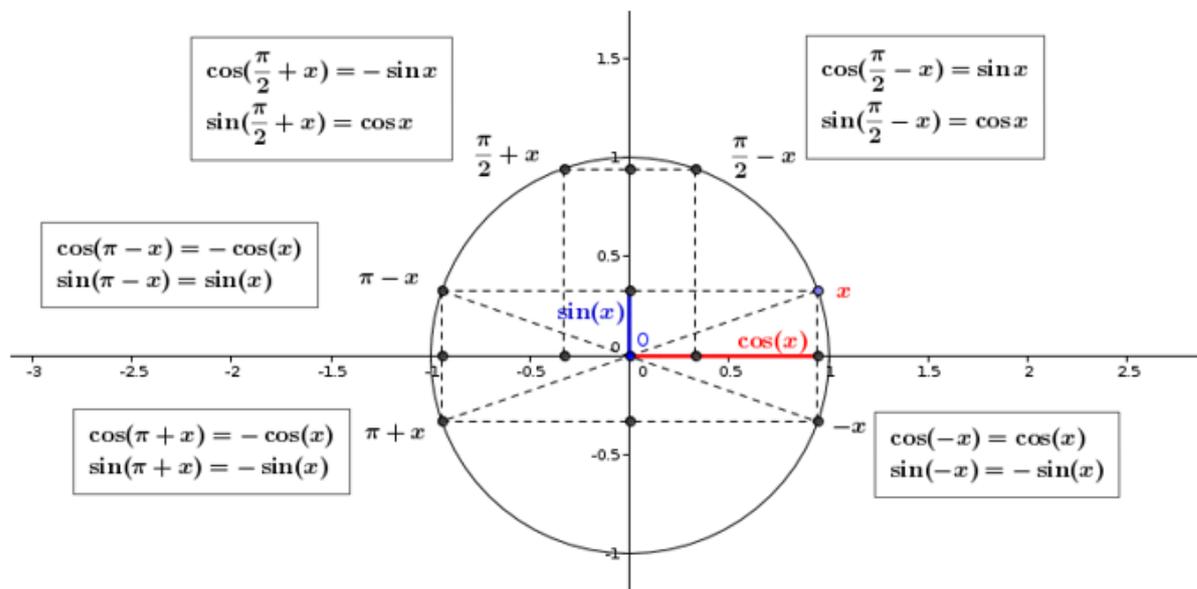
**Formules trigonométriques :**



$$\cos(x) = \frac{AC}{AB}, \sin(x) = \frac{BC}{AB}, \tan(x) = \frac{BC}{AC}$$

$$\cos(x)^2 + \sin(x)^2 = 1.$$

$\cos(x) = 0 \Leftrightarrow x \equiv \frac{\pi}{2}[\pi]$	$\sin(x) = 0 \Leftrightarrow x \equiv 0[\pi]$
$\cos(x) = 1 \Leftrightarrow x \equiv 0[2\pi]$	$\sin(x) = 1 \Leftrightarrow x \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$
$\cos(x) = -1 \Leftrightarrow x \equiv \pi[2\pi]$	$\sin(x) = -1 \Leftrightarrow x \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$



En cas de difficulté vous pouvez nous contacter : [sceroi@ac-strasbourg.fr](mailto:sceroi@ac-strasbourg.fr) (PCSI); [severine.enault@ac-strasbourg.fr](mailto:severine.enault@ac-strasbourg.fr) (MPSI)

## EXERCICES DE RÉVISION

Le cerveau n'est pas un muscle. En revanche, il est possible de le muscler. Des nouvelles connexions neuronales se font au cours de la vie. Comme pour un réseau routier, une route bien entretenue permet de rouler à vitesse normale sans dommage.

Les exercices de cette section vous permettent de créer des automatismes de calculs et ses briques élémentaires de raisonnement vous seront utiles en classe préparatoire. Ne faites pas tous les exercices en une fois : comme pour les sportifs, il vaut mieux s'entraîner régulièrement. Vous pouvez aussi refaire les exercices en vos chronométrant en essayant d'améliorer votre temps, sans perte de justesse.

**Exercice 1.** Replacer les parenthèse oubliées dans chacune des expressions suivantes :

a)  $32/4 + 3 \times 4 = 2$

c)  $2 \times 3 + 1 + 2 = 12.$

b)  $19 - 3 \times 5 = 80$

d)  $4 \times 7 \times 2 + 5 \times 3 = 116$

**Exercice 2.** Calculer rapidement et sans machine à calculer

a)  $1 \times 4 \times 21 + 0 \times 15 \times 5 + 6 \times 3 \times 6 - (4 \times 5 \times 6 + 6 \times 15 \times 1 + 3 \times 0 \times 21)$

b) 
$$\frac{4 \times 5 - 5 \times 7 \times 2 - 4 \times 4 + 4 \times 5 \times 5}{17}$$

c)  $\sqrt{3^2 + (-4)^2}, \sqrt{8^2 + 6^2}, \sqrt{4 \times 169 - 10^2}, \sqrt{7^2 + 24^2}.$

**Exercice 3.** Mettre sous forme de fraction simplifiée, sans calculatrice.

a)  $\frac{2}{165} - \frac{3}{308}.$

c) 
$$\frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}}{\frac{5}{6} + \frac{1}{3}}$$

e)  $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{3} + 1\right).$

b)  $\frac{1}{48} - \frac{1}{2} \frac{1}{4^2}.$

d) 
$$\frac{2 - \frac{1}{3} + \frac{2}{5}}{6 - 2 \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{4}\right)}$$

f) 
$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$$

**Exercice 4.** Développer et ordonner :

a)  $(4x - 7x^2)(x^3 - 8x + 7)$

d)  $(x + 2y)^3$

b)  $(2x^3 + x + 1)(4x^2 - x + 5)$

c)  $(x^3 - x + 2x^2 + 1)^2$

e)  $(x - 1)(x^n + x^{n-1} + \dots + x^2 + x + 1)$

**Exercice 5.** Factoriser en utilisant des identités remarquables.

a)  $4x^2 + 4x + 1$

c)  $(2x + 1)^2 - 25(3x + 2)^2$

b)  $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$

d)  $(x^2 + 8x + 4)^2 - (x^2 + 4)^2$

e)  $x^4 - 4x^2 + 4$

**Exercice 6.** Factoriser le numérateur et le dénominateur pour simplifier la fraction.

a)  $\frac{x^2 + 10x + 25}{x^3 + 5x^2}$

d)  $\frac{x^3 - 1}{x - 1}$

b)  $\frac{x^2}{2x^2 + x}$

e)  $\frac{x^5 - 4x^3}{(x^2 + 1)^2 - 1}$

c)  $\frac{x^3 - x}{x + 1}$

**Exercice 7.** Réduire au même dénominateur et simplifier.

a)  $\frac{1}{x^2 - 1} - \frac{1}{x(x^2 - 1)}$ ,

c)  $\frac{1}{x - 1} + \frac{2}{x^2 - 1}$ ,

b)  $2 + \frac{3}{x} + \frac{x - 1}{3x} - \frac{x + 7}{6x}$ ,

d)  $\frac{2x^2}{x + 1} + \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 + x} + \frac{1}{x}$ .

**Exercice 8.** Écrire le plus simplement possible (pour les fractions, on rendra entier les dénominateurs)

a)  $\frac{1 + 2\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$  (on multiplie le dénominateur et le numérateur par  $2 + \sqrt{3}$ )

d)  $(\sqrt{3\sqrt{3}})^4$

b)  $\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

e)  $\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}$

c)  $\frac{4\sqrt{3} + 3\sqrt{3}}{\sqrt{6} + 1}$

f)  $\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$

g)  $(\sqrt{2} + 3)^2 - (\sqrt{2} - 3)^2$ .

h)  $(\sqrt{2} + 3)^3 \times (\sqrt{2} - 3)^3$ .

**Exercice 9.** Simplifier

a)  $\frac{4^{-2} \times 8^3}{16^2}$

d)  $\frac{a^8}{(a^2b^3)^5}$

b)  $81^5 \times (3^{-2})^{-5} \times \frac{1}{9}$

c)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{12} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{10}$ .

e)  $\frac{(a^2b)^3}{a^{-3}(-b)^2}$

**Exercice 10.** Simplifier

a)  $\frac{a^{n^2}}{a^n}$ .

e)  $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 \dots + (2n - 1) - 2n$

b)  $(a^n)^3 \times (a^3)^n$

f)  $(100^2 - 99^2) + (99^2 - 98^2) + \dots + (2^2 - 1^2) + 1^2$

c)  $5^{n+2} - 5^{n+1} + 12 \times 5^n - 6 \times 5^{n-1}$ .

d)  $\frac{5^n \times 12^{2n}}{10^n \times 6^{4n}}$ .

g)  $\frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (2n - 1)(2n)}{2^n \times 1 \times 2 \times \dots \times n}$

**Exercice 11.** Résoudre

a)  $4x = x^2$

d)  $(x^2 - 2x + 3)(x^2 - 6x + 8) \leq 0$

b)  $x^2 + 2x + 3 = 0$

c)  $\frac{3}{x-2} \leq 4$

e)  $x + \frac{1}{x} = 2$

**Exercice 12.** Dériver les fonctions définies par :

a)  $f(x) = \frac{1}{x}$

i)  $f(x) = \frac{x-2}{x+3}$

r)  $f(x) = \ln(3x-2)$

b)  $f(x) = \frac{1}{x^3}$

j)  $f(x) = \frac{x}{(x+4)^2}$

s)  $f(x) = \ln(2x^2+1)$

c)  $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$

k)  $f(x) = \frac{x^2+2x}{(x-3)^2}$

t)  $f(x) = \ln(\ln(x))$

d)  $f(x) = \frac{1}{(x+1)^5}$

l)  $f(x) = \sqrt{x-2}$

u)  $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

e)  $f(x) = \frac{1}{(3-4x)^2}$

m)  $f(x) = \sqrt{3x^2+2x-4}$

v)  $f(x) = e^{2x}$

f)  $f(x) = \frac{1}{(5x+1)^4}$

n)  $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

w)  $f(x) = e^{2x^2} e^x e^2$

g)  $f(x) = (x-2)(x-1)$

o)  $f(x) = 5 \cos(3x+2)$

x)  $f(x) = x^2 e^x$

h)  $f(x) = (x+1)^2(3x+2)^2$

p)  $f(x) = \sin(2x) \cos(5x)$

y)  $f(x) = \cos(x) e^{2x}$

q)  $f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

z)  $f(x) = e^{x \ln x}$

**Exercice 13.** On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = -2x^2 + 3x + 5$ .1. Calculer  $f'(x)$  et dresser son tableau de signes.

En déduire les coordonnées du sommet de la parabole.

2. Calculer  $f'(1)$  et  $f(1)$ .Déterminer l'équation réduite de la tangente  $T_1$  à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 1 puis la tracer.3. Déterminer le point d'intersection de  $T_1$  avec l'axe des abscisses.4. Déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe  $\mathcal{C}_f$  avec l'axe des abscisses.

## EXERCICES FACULTATIFS

Si vous voulez vous remettre dans le bain, nous vous proposons des pistes/exercices.

Les formules de cette page ne sont pas à connaître par coeur (pour le moment), vous pouvez (et devez !) utiliser des formules connues (page de formulaire).

### Exercice 14. Formules trigonométriques

On admet les formules suivantes :

- $\cos(a + b) = \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b)$ ,
- $\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \sin(b) \cos(a)$ ,
- $\cos^2(a) + \sin^2(a) = 1$ .

1. Montrer que  $\cos(a - b) = \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b)$   
et  $\sin(a - b) = \sin(a) \cos(b) - \sin(b) \cos(a)$ .
2. Montrer que  $\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a) = 2 \cos^2(a) - 1 = 1 - 2 \sin^2(a)$   
et  $\sin(2a) = 2 \sin(a) \cos(a)$ .
3. En déduire  $\cos^2(a) = \frac{1 + \cos(2a)}{2}$ .

### Exercice 15. Somme des premiers termes d'une suite géométrique

Soit  $q \neq 1$ . Montrer que  $\sum_{i=0}^n q^i = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$ .

### Exercice 16. Identités remarquables

Soit  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ .

1. Montrer que  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ .
2. Développer  $(a + b)^3$  et  $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ .

### Exercice 17. Fonction tangente

On veut étudier la fonction  $\tan = \frac{\sin}{\cos}$  :

1. Montrer que son ensemble de définition est  $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left] -\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right[$ .
2. Montrer qu'elle est  $\pi$ -périodique et impaire et que sa dérivée est  $\frac{1}{\cos^2} = 1 + \tan^2$ .